Fiche n°1 d'exercices sur le chapitre 1

Exercice n°1 : ex 1 p. 11 du manuel *(calcul de termes)*

La suite (u_n) est définie par la formule explicite $u_n = 5 + \sqrt{n}$ pour tout entier naturel n.
La suite (v_n) est définie par son premier terme $v_0 = 16$ et la relation de récurrence $v_{n+1} = 5 + \sqrt{v_n}$ pour tout entier naturel n.

1. Calculer à la main u_0, u_1, v_1 et v_2.
2. Déterminer, à l'aide d'un tableur ou de la calculatrice, les dix premiers termes de chacune des deux suites.
3. Écrire un algorithme en langage naturel qui permet de calculer le terme de rang n de la suite (v_n).

Exercice n°2 : ex 2 p. 11 du manuel *(suites arithmétiques et suites géométriques)*

1. On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 48$ et de raison -5.
   a. Donner la relation de récurrence vérifiée par (u_n), puis la formule explicite de (u_n).
   b. Calculer u_5.
   c. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
2. Reprendre la question 1 en considérant cette fois la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_1 = -2$ et de raison 3.

Exercice n°3 : ex 3 p. 11 du manuel *(suites arithmético-géométriques) (1)*

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 6$ et, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = -2u_n + 3.$$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.
La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ?

Exercice n°4 : *(suites arithmético-géométriques) (2)*

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} u_0 = 30 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0{,}8\, u_n + 50 \end{cases}$

1. Calculer u_1, u_2 et u_3.

Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 250$.

2. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de u_n.

Exercice n°5 : ex 23 p. 28 du manuel *(sens de variations)*

Dans chaque cas, déterminer le sens de variation de la suite (u_n). On commencera par calculer et représenter graphiquement les premiers termes à la calculatrice.

1. (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + n - 1$.
On étudiera $u_{n+1} - u_n$.
2. (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 5 \times 3^n$.
On expliquera pourquoi $u_n > 0$ et on étudiera $\frac{u_{n+1}}{u_n}$.
3. (u_n) est la suite définie pour tout entier naturel n non nul par $u_n = \frac{2n-1}{n^2}$. On étudiera les variations de la fonction $f : x \mapsto \frac{2x-1}{x^2}$ sur $[1 ; +\infty[$.

Exercice n°6 : *(suite bornée)*

Démontrer que chacune des suites ci-dessous est bornée. Préciser pour chacune un majorant et un minorant.

1. $u_n = \frac{1}{2^n}$ 2. $u_n = 2 + (-1)^n$ 3. $u_n = 4\sin(n) - 3$

Exercice n°7 : *(suite bornée)*

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 - 6n + 4$.

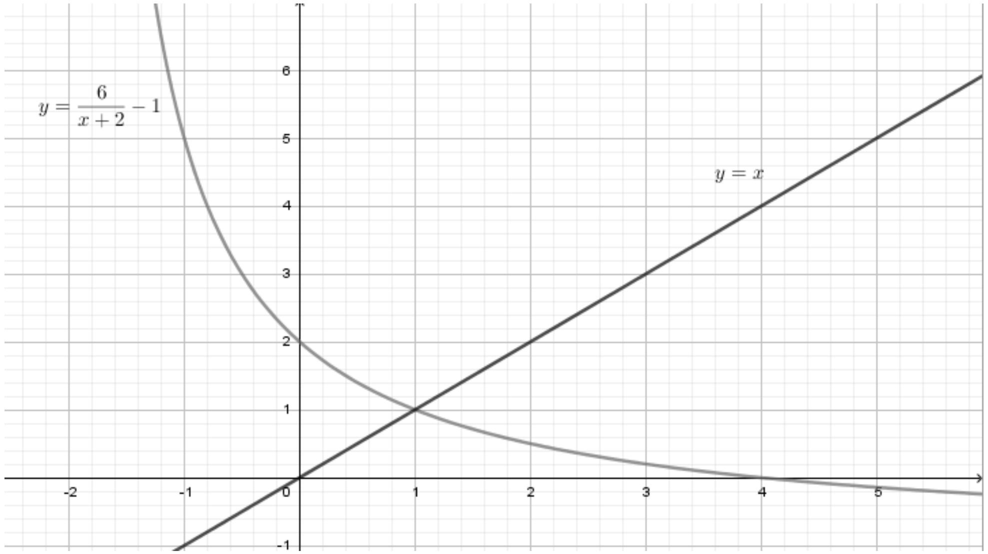
1. **a.** A l'aide de la calculatrice, calculer les dix premiers termes de la suite (u_n).
   b. -1 peut-il être un minorant de (u_n) ?
   b. 20 peut-il être un majorant de (u_n) ?
2. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n + 5 = (n-3)^2$.
3. En déduire que (u_n) est minorée par -5.

Exercice n°8 : *(construction des termes d'une suite)*

Dans un repère orthonormé, on a représenté la fonction f définie sur $]-2\,;+\infty[$ par $f(x) = \frac{6}{x+2} - 1$ et la droite d'équation $y = x$.

On définit la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

Représenter les 5 premiers termes de la figure suivante.



Exercice n°9 : ex 5 p. 26 du manuel

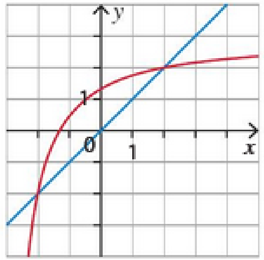
Représenter

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -\frac{3}{2}$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3}$.

1. Dans un repère orthonormé, on a tracé la courbe de la fonction f définie sur $]-3\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{3x+4}{x+3},$$

ainsi que la droite d'équation $y = x$.



a. CALCULATRICE À l'aide de la calculatrice, établir un tableau de valeurs de la fonction f sur l'intervalle $[-2{,}5\,;5]$ avec un pas de 0,5.
b. Reproduire la figure et placer sur l'axe des abscisses le terme u_0.
c. Construire le terme u_1 sur l'axe des ordonnées.
d. En utilisant la droite d'équation $y = x$, placer le terme u_1 sur l'axe des abscisses.
e. Construire le terme u_2 sur l'axe des ordonnées.
f. Continuer ce processus afin de placer les quatre premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.

2. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}.$$

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera son premier terme et sa raison.
b. En déduire une expression de v_n en fonction de n, puis une expression de u_n en fonction de n, où $n \in \mathbb{N}$.
c. Contrôler alors la valeur de u_3 obtenue graphiquement à la question **1**.